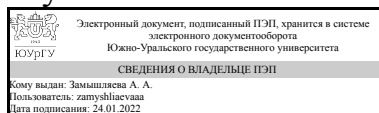


ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
Институт естественных и точных
наук



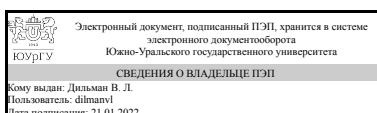
А. А. Замышляева

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины 1.О.15 Теория функций комплексного переменного
для направления 03.03.01 Прикладные математика и физика
уровень Бакалавриат
форма обучения очная
кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания
математики

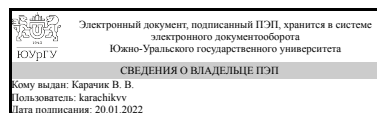
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.01 Прикладные математика и физика, утверждённым приказом Минобрнауки от 07.08.2020 № 890

Зав.кафедрой разработчика,
д.физ.-мат.н., доц.



В. Л. Дильман

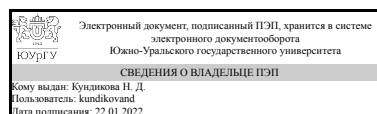
Разработчик программы,
д.физ.-мат.н., снс, профессор



В. В. Карачик

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления
д.физ.-мат.н., проф.



Н. Д. Кундикова

1. Цели и задачи дисциплины

Аналитические функции естественно возникают во многих задачах математики, механики и физики. По этой причине образование любого специалиста в области математики и ее приложений не может считаться полным без основательного изучения теории таких функций и их основных приложений. Цель изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» состоит в обучении студентов основам теории аналитических функций, методам комплексного анализа и применению данной теории к задачам математического анализа, механики и физики. Задачами изучения дисциплины являются: 1. Распространение основных понятий действительного анализа (таких как производная, криволинейный интеграл, числовой и функциональный ряд) на комплексный случай. 2. Установление тех фактов действительного анализа, которые непосредственно переносятся в комплексную область и изучение свойств аналитических функций, имеющих комплексную природу. 3. Установление связи комплексного анализа с другими разделами математики, с механикой и физикой и применение теории функций комплексного переменного.

Краткое содержание дисциплины

Комплексные числа: комплексные числа, комплексная плоскость; модуль и аргумент комплексного числа, их свойства; числовые последовательности и их пределы, ряды; стереографическая проекция, ее свойства; сфера Римана, расширенная комплексная плоскость; множества на плоскости, области и кривые. Функции комплексного переменного и отображения множеств: функции комплексного переменного; предел функции; непрерывность, модуль непрерывности; дифференцируемость по комплексному переменному, условие Коши-Римана; аналитическая функция; геометрический смысл аргумента и модуля производной; понятие о конформном отображении. Элементарные функции: целая линейная и дробно-линейная функция, их свойства, общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг; экспонента и логарифм, степень с произвольным показателем; понятие о римановой поверхности на примерах логарифмической и общей степенной функций; функция Жуковского; тригонометрические и гиперболические функции. Интеграл по комплексному переменному, его простейшие свойства, связь с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода; сведение к интегралу по действительному переменному; первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница; переход к пределу под знаком интеграла; интегральная теорема Коши. Интеграл Коши: интегральная формула Коши; бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных; теорема Морера. Последовательности и ряды аналитических функций в области: теорема Вейерштрасса; степенные ряды; теорема Абеля, формула Коши-Адамара; разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения; неравенство Коши для коэффициентов степенного ряда; действия со степенными рядами. Теорема единственности и принцип максимума модуля: нули аналитической функции, порядок нуля; теорема единственности для аналитических функций; принцип максимума модуля и лемма Шварца. Ряд Лорана: ряд Лорана, область его сходимости; разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения, формулы и неравенства Коши для коэффициентов; теорема Лиувилля и теорема об устранимой особой точке. Изолированные особые точки однозначного

характера; классификация изолированных особых точек однозначного характера по поведению функции и ряду Лорана; полюс, порядок полюса; существенная особая точка, теорема Сохоцкого-Вейерштрасса, понятие о теореме Пикара; бесконечно удаленная точка как особая. Вычеты, принцип аргумента: определение вычета, теоремы Коши о вычетах, вычисления вычетов; применения вычетов; логарифмический вычет, принцип аргумента; теорема Руше и теорема Гурвица. Отображения посредством аналитических функций: принцип открытости и принцип области; теорема о локальном обращении; однолистные функции, критерий локальности однолистности и критерий конформности в точке, достаточное условие однолистности (обратный принцип соответствия границ); дробно-линейность однолистных конформных отображений круговых областей друг на друга; теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответствии границ при конформном отображении. Аналитическое продолжение: аналитическое продолжение по цепи и по кривой; полная аналитическая функция в смысле Вейерштрасса, ее риманова поверхность и особые точки; теорема о монодромии; аналитическое продолжение через границу области, принцип симметрии. Целые и мероморфные функции: целые функции, их порядок и тип; произведение Вейерштрасса; мероморфные функции; функции, мероморфные в расширенной плоскости. Принцип симметрии при конформном отображении и его применение. Симметрия относительно действительной оси. Применение принципа симметрии: внешность креста на полуплоскость, внутренность параболы на полуплоскость. Симметрия относительно окружности. Отображение круга на круг, кольца на кольцо. Формула Кристоффеля-Шварца – отображение полуплоскости на многоугольник. Пример: отображение полуплоскости на четырехугольник. Постановка задачи Дирихле. Инвариантность уравнения Лапласа относительно конформного отображения. Задача Дирихле для круга. Интеграл Пуассона, разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами.

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<p>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности</p>	<p>Знает: основные теоремы курса: Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции комплексного переменного в точке, Теорема о вычислении интеграла от функции комплексного переменного, Теорема Коши</p> <p>Умеет: решать следующие стандартные задачи: операции над комплексными числами, построение линий и областей на комплексной плоскости, определение и свойства основных элементарных (однозначных и многозначных) функций в комплексной области, проверка регулярности функций</p> <p>Имеет практический опыт: использования основных понятий курса: комплексные числа действия над комплексными числами, области и линии в комплексной плоскости, основные элементарные функции</p>

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.14 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, 1.О.12 Математический анализ	1.О.22 Теория поля, 1.О.18 Уравнения математической физики, 1.О.17 Основы теории вероятности и стохастических процессов

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
1.О.14 Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Знает: основные понятия линейной алгебры: матрицы, системы линейных уравнений, линейные пространства, линейные операторы, и основные свойства этих понятий. Умеет: решать системы линейных уравнений, выполнять действия над матрицами и квадратичными формами. Имеет практический опыт: построения линейных моделей объектов и процессов в виде матричных соотношений, систем линейных уравнений, линейных пространств и линейных операторов
1.О.12 Математический анализ	Знает: основные свойства пределов последовательности и функций действительного переменного, производной, дифференциала, неопределенного интеграла; свойства функций, непрерывных на отрезке; основные "замечательные пределы", табличные формулы для производных и неопределенных интегралов, формулы дифференцирования, основные разложения элементарных функций по формуле Тейлора; Умеет: записывать высказывания при помощи логических символов; вычислять пределы последовательностей и функций действительного переменного; вычислять производные элементарных функций, раскладывать элементарные функции по формуле Тейлора; применять формулу Тейлора к нахождению главной степенной части при вычислении пределов функций; Имеет практический опыт: навыков владения предметного языка классического математического анализа, применяемого при построении теории пределов; навыков владения аппаратом теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления для решения различных задач, возникающих в физике, технике, экономике и других прикладных дисциплинах, аппаратом дифференциального исчисления функций многих переменных, а также аппаратом интегрального исчисления для

решения различных задач, возникающих в физике, технике, экономике и других прикладных дисциплинах;

4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., 90,5 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		3	
Общая трудоёмкость дисциплины	144	144	
<i>Аудиторные занятия:</i>	80	80	
Лекции (Л)	32	32	
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	48	48	
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	53,5	53,5	
с применением дистанционных образовательных технологий	0		
Задания для самостоятельной работы	21,5	21,5	
Подготовка к экзамену	16	16	
Домашние задания	16	16	
Консультации и промежуточная аттестация	10,5	10,5	
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	экзамен	

5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объём аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Регулярные функции	39	15	24	0
2	Мнозначные аналитической функции	13	5	8	0
3	Теория вычетов и ее применение	12	4	8	0
4	Конформные отображения	16	8	8	0

5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Действия над комплексными числами. Области и линии на комплексной плоскости. Стереографическая проекция. Последовательности и ряды.	2
2	1	Функции комплексной переменной. Предел и непрерывность. Основные однозначные функции комплексного переменного. Интегрирование функций комплексной переменной.	2
3	1	Дифференцирование функций. Условия Коши-Римана. Условия Коши-Римана в полярной системе координат.	2
4	1	Интегральная теорема Коши. Формула Ньютона-Лейбница. Регулярные	2

		функции. Степенные ряды. Ряды Тейлора.	
5	1	Гармонические функции и их свойства. Сопряженные гармонические функции. Теоремы о среднем.	2
6	1	Достаточные условия регулярности. Теорема Мореры. Теорема единственности регулярной функций и ее применение. Продолжение некоторых тождеств из действительного случая в комплексный.	2
7	1	Особые точки однозначного характера: устранимая особая, полюс, существенно особая точка. Разложение регулярной функции в ряд Лорана. Основные приемы разложений.	2
8	1	Исследование особых точек с помощью рядов Лорана. Ряд Лорана в окрестности бесконечности. Теоремы Сохотского, Пикара и Лиувилля.	1
9	2	Многозначные аналитические функции. Продолжение вдоль кривой. Логарифмическая функция и ее свойства.	2
10	2	Степенная функция. Арифметические операции над аналитическими функциями. Аналитические и регулярные ветви полных аналитических функций.	2
11	2	Особые точки аналитических функций. Точки ветвления. Граничные особые точки регулярных функций.	1
12	3	Вычет регулярной в кольце функции. Вычет в бесконечно удаленной точке. Полная сумма вычетов. Применение вычетов к вычислению контурных интегралов.	2
13	3	Принцип аргумента и теорема Руше. Мероморфные функции.	2
14	4	Геометрический смысл производной. Теоремы об обратных функциях. Однолистные функции.	2
15	4	Общие свойства конформных отображений. Дробно-линейные отображения. Конформность, групповое и круговое свойства, симметрия.	3
16	4	Конформные отображения элементарными функциями z^2 , \sqrt{z} , z^a , e^z , $\operatorname{Ln} z$, функция Жуковского $w=(z+1/z)/2$. Принцип симметрии. Отображения многоугольников, теорема Кристоффеля-Шварца. Задача Дирихле.	3

5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Действия над комплексными числами. Области и линии на комплексной плоскости. Стереографическая проекция и сферическая метрика. Последовательности и ряды.	2
2	1	Кривые и области. Функции комплексной переменной. Непрерывность. Основные однозначные функции комплексного переменного: тригонометрические и гиперболические функции.	3
3	1	Интегрирование и свойства интегралов. Дифференцирование функций. Условия Коши-Римана.	3
4	1	Интегральная теорема Коши, первообразная, формула Ньютона-Лейбница. Регулярные функции. Степенные ряды. Ряды Тейлора.	3
5	1	Интегральная формула Коши. Свойства регулярных функций. Гармонические функции и их свойства.	3
6	1	Достаточные условия регулярности. Теорема единственности. Продолжение некоторых тождеств из действительного случая в комплексный.	2
7	1	Особые точки однозначного характера: устранимая особая, полюс, существенно особая. Разложение регулярной функции в ряд Лорана.	4
8	1	Разложение регулярных функций в ряды Тейлора и Лорана.	4

9	2	Аналитические функции. Логарифмическая и степенная функции.	3
10	2	Приращение аргумента вдоль кривой. Выделение регулярных ветвей. Производная регулярной ветви. Ряды Лорана регулярных ветвей.	3
11	2	Особые точки аналитических функций.	2
12	3	Вычет регулярной в кольце функции. Вычет в бесконечно удаленной точке. Применение вычетов к вычислению контурных интегралов.	4
13	3	Принцип аргумента и теорема Руше. Разложение мероморфной функции на элементарные дроби.	4
14	4	Аргумент и модуль производной. Отображения: линейные растяжения, углы между кривыми, коэффициент растяжения. Свойства конформных отображений.	3
15	4	Принцип соответствия границ. Дробно-линейная функция и ее свойства. Конформные отображения с помощью дробно-линейных функций, элементарных функций, функции Жуковского	2
16	4	Принцип симметрии: внешность креста на полуплоскость, внутренность параболы на полуплоскость. Формула Кристоффеля-Шварца (полуплоскость на треугольник). Задача Дирихле.	3

5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Задания для самостоятельной работы	Шабунин, М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного [Текст] учеб. пособие для вузов по направлению "Прикладные математика и физика" М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. - 2-е изд. - М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2011. - 362 с. ил. электр. версия. Главы 1,2,3,4,5,6 (п.25-28).	3	21,5
Подготовка к экзамену	Карачик, В. В. Теория функций комплексного переменного [Текст] учеб. пособие по направлению 03.03.01 "Приклад. математика и физика" и др. В. В. Карачик, Л. Д. Менихес ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Мат. и функцион. анализ ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2015. - 410, [1] с. ил. электрон. версия. Главы 1-5.	3	16
Домашние задания	Шабунин, М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного [Текст] учеб. пособие для вузов по направлению "Прикладные математика и физика" М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. - 2-е изд. - М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2011. - 362 с. ил. электр. версия. Главы 1,2,3,4,5,6 (п.25-	3	16

6. Текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учитывается в ПА
1	3	Текущий контроль	Контрольная работа1	1	16	Контрольная работа 1 содержит 8 заданий. За правильно выполненное задание дается 2б. За каждую мелкую ошибку в задании оценка снижается на 0,2 балла. За правильный ответ без обоснования решения оценка снижается на 1 балл.	экзамен
2	3	Текущий контроль	Контрольная работа2	1	10	Контрольная работа2 содержит 5 заданий. За правильно выполненное задание дается 2б. За каждую мелкую ошибку в задании оценка снижается на 0,2 балла. За правильный ответ без обоснования решения оценка снижается на 1 балл.	экзамен
3	3	Текущий контроль	Семестровая работа	1	20	Семестровая работа содержит 13 заданий. Работа выполняется студентом самостоятельно и сдается на проверку. За правильно выполненное задание дается 1,54б. За каждую мелкую ошибку в задании оценка снижается на 0,2 балла. За правильный ответ без обоснования решения оценка снижается на 0,8 балла. Студент имеет возможность исправить допущенные ошибки и сдать работу на проверку снова.	экзамен
4	3	Текущий контроль	Активность	1	7	В течении практического занятия студенты выходят к доске для решения задач. За правильно выполненное задание студент получает 1б. За допущенную ошибку в решении задачи оценка снижается на 0,2б. За каждую подсказку при решении задачи оценка тоже снижается на 0,2б. Общая сумма баллов за активность не больше 7.	экзамен
5	3	Текущий контроль	Домашние задания	1	7	В начале практического занятия проверяются задания, выданные на предыдущем практическом занятии. Один из студентов представляет свое решение у доски, остальные проверяют	экзамен

						это решение. За правильное решение выставляется 1б. За допущенную ошибку оценка снижается на 0,2б. Общая сумма баллов за Домашние задания не больше 7.	
6	3	Промежуточная аттестация	Экзаменационная работа	-	40	Билет содержит 4 вопроса: 2 теоретических и 2 практических. Каждый вопрос оценивается из 10б. За каждую мелкую ошибку в задании оценка снижается на 1 балл. За ошибку связанную с непониманием основных понятий ТФКП оценка снижается на 2б. За вычисления без обоснования оценка снижается на 1,5 балла. Баллы за предмет складываются из суммарного текущего балла и балла за экзамен. Максимальный балл за предмет 100б.	экзамен

6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
экзамен	В начале экзамена студент получает экзаменационный билет. Затем ему выделяется время на ответы и он начинает письменно отвечать на вопросы. После истечения времени экзамена письменные ответы на вопросы билета сдаются для проверки. Билет содержит 4 вопроса: 2 теоретических и 2 практических. Баллы за предмет складываются из суммарного текущего балла и балла за экзамен. Сдавать экзамен обязательно	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

6.3. Оценочные материалы

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ					
		1	2	3	4	5	6
ОПК-1	Знает: основные теоремы курса: Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции комплексного переменного в точке, Теорема о вычислении интеграла от функции комплексного переменного, Теорема Коши						+
ОПК-1	Умеет: решать следующие стандартные задачи: операции над комплексными числами, построение линий и областей на комплексной плоскости, определение и свойства основных элементарных (однозначных и многозначных) функций в комплексной области, проверка регулярности функций	+	+	+	+	+	+
ОПК-1	Имеет практический опыт: использования основных понятий курса: комплексные числа действия над комплексными числами, области и линии в комплексной плоскости, основные элементарные функции	+	+	+	+	+	+

Фонды оценочных средств по каждому контрольному мероприятию находятся в приложениях.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Печатная учебно-методическая документация

а) основная литература:

1. Карачик, В. В. Теория функций комплексного переменного [Текст] учеб. пособие по направлению 03.03.01 "Приклад. математика и физика" и др. В. В. Карачик, Л. Д. Менихес ; Юж.-Урал. гос. ун-т, Каф. Мат. и функцион. анализ ; ЮУрГУ. - Челябинск: Издательский Центр ЮУрГУ, 2015. - 410, [1] с. ил. электрон. версия

2. Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного Для вузов Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Наука, 1970. - 319 с. черт.

3. Зверович, Э. И. Вещественный и комплексный анализ [Текст] Кн. 4 Ч. 6 Теория аналитических функций комплексного переменного учеб. пособие для мат. специальностей вузов : в 6 ч. Э. И. Зверович. - Минск: Вышэйшая школа, 2008. - 319 с.

б) дополнительная литература:

1. Могильницкий, В. А. Высшая математика. Типовые расчеты Ч. 3 Обыкновенные дифференциальные уравнения, ряды, теория функций комплексного переменного, операционное исчисление Учеб. пособие ЮУрГУ, Каф. Алгебра и геометрия; В. А. Могильницкий, Р. П. Петрова, Н. В. Ширококов; Под ред. А. А. Патрушева. - Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 1998. - 98 с.

2. Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах Учеб. пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 2001. - 445 с. ил.

3. Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного учеб. для вузов И. И. Привалов. - 15-е изд., стер. - СПб. и др.: Лань, 2009. - 432 с. ил.

4. Сидоров, Ю. В. Лекции по теории функций комплексного переменного Учеб. для инж.-физ. и физ.-техн. спец. вузов. - 3-е изд., испр. - М.: Наука, 1989. - 477 с. ил.

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

1. Математические заметки

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Кудрявцев К.Н., Самаров А.Б. Функции комплексного переменного. -Челябинск: Из-во ЮУрГУ, 2008. -45с.

2. Сборник заданий для самостоятельной работы

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Кудрявцев К.Н., Самаров А.Б. Функции комплексного переменного. -Челябинск: Из-во ЮУрГУ, 2008. -45с.

2. Сборник заданий для самостоятельной работы

Электронная учебно-методическая документация

Нет

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Лекции	607 (16)	Доска, мел и тряпка