

СТОХАСТИЧЕСКИЕ И ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА В ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИИ

Проект направлен на создание общей теории стохастических и детерминированных моделей соболевского типа, имеющих технические и физические приложения, в основе которых лежат уравнения соболевского типа или системы леонтьевского типа, в том числе и с шумами. Рассмотрены теоретические аспекты математического моделирования, разработаны приложения. Разработаны алгоритмы, в том числе с учетом параллельных вычислений, проведены вычислительные эксперименты. Рассмотрены задачи оптимального измерения с учетом резонансов и с аддитивным случайным внешним воздействием. В приложения включены различные начальные задачи для неклассических уравнений, определенных не только на ограниченных областях конечномерного пространства, но и на множествах иной геометрической природы - таких, как графы и римановы многообразия.

Руководитель проекта - д.ф.-м.н. Г.А. Свиридюк

ЦЕЛИ РАБОТЫ

Создание общей теории стохастических и детерминированных моделей соболевского типа.

Разработка и изучение на качественном уровне математической модели измерительного устройства (ММИУ), которая предназначена для восстановления сигналов искаженных механической инерционностью реального измерительного устройства (РИУ) и резонансами в его цепях.

Разработка алгоритмов численного анализа ММИУ.

ИНДЕКСИРОВАНИЕ

5 статей
в SCOPUS

5 статей
в Web of Science

Теория оптимальных измерений – новое направление исследований динамических измерений, возникшее в результате совместной работы двух научных школ проф. А.Л. Шестакова и проф. Г.А. Свиридюка. Восстановление динамически искаженных сигналов измерительного устройства является неотъемлемой частью в проектировании и использовании датчиков широкого назначения. Сложные и дорогостоящие натурные эксперименты требовали нахождения математического аппарата, позволяющего качественно и численно решать задачи динамических измерений. Математическим фундаментом стали результаты теории уравнений соболевского типа, полученные в научной школе Г.А. Свиридюка.

За 2012-2014 гг. А.Л. Шестаковым и Г.А. Свиридюком предложены математические модели восстановления сигналов, динамически искаженных как измерительным устройством, так и привходящими помехами, в том числе – стохастическими, представлена новая концепция “белого шума”. Их учениками разработаны методы численного расчета, сконструированы и зарегистрированы комплексы программ. Результаты вычислительных и натурных экспериментов хорошо согласуются.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Одной из задач коллектива является изучение помех, вызываемых сопутствующим входящему сигналу белым

шумом. Однако широко распространенная ныне концепция белого шума (БШ), где БШ представлен обобщенной производной винеровского процесса, не укладывалась в рамки математической модели измерительного устройства (ММИУ). Г.А. Свиридюком предложена новая концепция “белого шума” (“БШ”), где под “БШ” понимается производная Нельсона – Гликлиха (симметрическая производная в среднем) винеровского процесса. Предложенная концепция “БШ” имеет ряд преимуществ по сравнению с традиционной.

Во-первых, “БШ” имеет нулевое математическое ожидание. Во-вторых, “БШ” совпадает с производной броуновского движения в теории Эйнштейна – Смолуховского (винеровский процесс является моделью броуновского движения именно в данной теории). Наконец, новая концепция “БШ” позволяет получать точные решения различных начальных (конечных) задач для уравнений соболевского типа, что в свою очередь дает возможность построения контрольных примеров для проверки вычислительных экспериментов.

НАУЧНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОЕКТА

1. Концепция “белого шума”, первоначально построенная в конечномерных пространствах, переносится в бесконечномерные пространства. Цель переноса - развитие теории



стохастических уравнений соболевского типа и разработка приложений, имеющих практическую значимость. Для достижения цели вводится производная Нельсона - Гликлиха и строятся пространства "шумов". Уравнения соболевского типа с относительно p -ограниченными операторами первого порядка и уравнения соболевского типа высокого порядка с относительно p -секториальными операторами рассматриваются в пространствах дифференцируемых "шумов", причем доказывается существование и единственность их классических решений. В качестве приложения рассматривается стохастическое уравнение Баренблатта - Желтова - Кочинной в ограниченной области с однородным граничным условием Дирихле и начальным условием Шоултера - Сидорова, а также исследуется модель Бусинеска - Лява с аддитивным "белым шумом".

2. Изучена линейная модель плоскопараллельной термоконвекции вязкоупругой несжимаемой жидкости, которая представляет собой гибридную систему уравнений Осколкова и уравнения теплопроводности в приближении Обербека - Бусинеска, заданных в двумерной области с условиями Бенара. Доказана теорема об однозначной разрешимости многоточечной начально-конечной задачи.

3. Доказаны обобщенные теоремы о расщеплении пространств и действий операторов для уравнений соболевского типа в случае относительно ограниченного, относительно секториального и относительно радиальных операторов.

4. Рассмотрена задача оптимального управления для уравнения соболевского типа второго порядка с относительно полиномиально ограниченным операторным пучком. Доказаны существование и единственность сильного решения задачи Шоултера - Сидорова для этого уравнения. Получены необходимые и достаточные условия существования и единственности оптимального управления такими решениями. Изучена задача Шоултера - Сидорова - Дирихле для нелинейного уравнения Бусинеска - Лява. Доказаны существование и единственность локального решения.

5. Выполнен обзор результатов А.А. Замышляевой в области математических моделей на основе уравнений соболевского типа высокого порядка. Теория построена на основе известных фактов по разрешимости начальных (начально-конечных) задач для уравнений соболевского типа первого порядка.

Идея базируется на обобщении теории вырожденных (полу)групп операторов на случай уравнений соболевского типа высокого порядка: расщеплении пространств, действиях всех операторов, построении пропагаторов и фазового пространства однородного уравнения, а также множества допустимых начальных значений для неоднородного уравнения. Используется уже хорошо зарекомендовавший себя при решении уравнений соболевского типа метод фазового пространства, заключающийся в редукции сингулярного уравнения к регулярному, определенному на некотором подпространстве исходного пространства.

В работе проводится редукция математических моделей к начальным (начально-конечным) задачам для абстрактного уравнения соболевского типа высокого порядка.

Полученные результаты могут найти дальнейшее применение при исследовании задач оптимального управления, нелинейных математических моделей, а также для построения теории уравнений соболевского типа высокого порядка в квазибанаховых пространствах.

6. Получен программный продукт "Численное исследование движения жидкости, фильтрующейся в трещиновато-пористой среде со случайным внешним воздействием", предназначенный для моделирования данного процесса. Он позволяет определять изменение течения и фильтрации жидкости и прогнозы её дальнейшего перемещения посредством наблюдений в различных точках в разные моменты времени с учетом случайного внешнего воздействия.

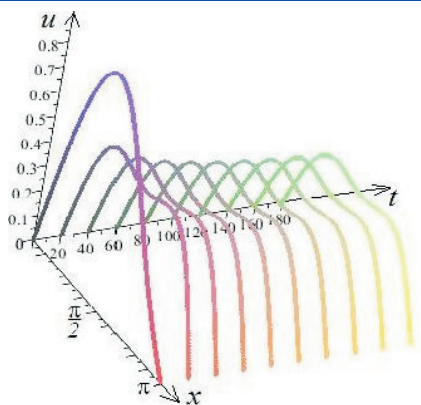


Рис. 1. Динамика изменения эффективной насыщенности в тонком пористом канале, омываемом с двух концов несмачивающей фазой (нефтью) и частично заполненным смачивающей фазой (водой) в начальный момент времени

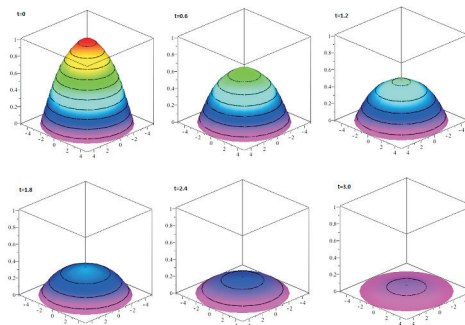


Рис. 2. Процесс распространения волн на мелкой воде при различных значениях параметров, характеризующих среду

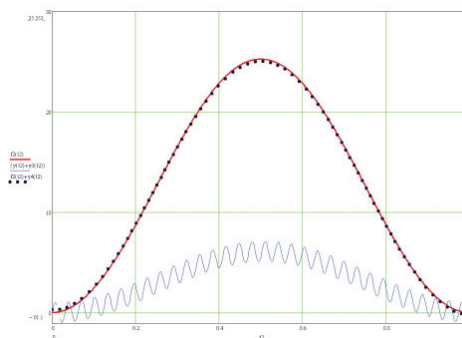


Рис. 3. Динамические измерения на основе методов теории управления. Результаты моделирования

