

# ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
Институт естественных и точных  
наук

Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе  
электронного документооборота  
ЮУрГУ Южно-Уральского государственного университета  
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП  
Кому выдан: Замышляева А. А.  
Пользователь: замышляева  
Дата подписания: 05.02.2022

А. А. Замышляева

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины 1.0.11 Дополнительные главы математического анализа  
для направления 01.03.04 Прикладная математика  
уровень Бакалавриат  
форма обучения очная  
кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания  
математики**

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению  
подготовки 01.03.04 Прикладная математика, утверждённым приказом Минобрнауки  
от 10.01.2018 № 11

Зав.кафедрой разработчика,  
д.физ.-мат.н., доц.

Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе  
электронного документооборота  
ЮУрГУ Южно-Уральского государственного университета  
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП  
Кому выдан: Дильман В. Л.  
Пользователь: dilmamvl  
Дата подписания: 05.02.2022

В. Л. Дильман

Разработчик программы,  
к.физ.-мат.н., доц., профессор

Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе  
электронного документооборота  
ЮУрГУ Южно-Уральского государственного университета  
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП  
Кому выдан: Заляпин В. И.  
Пользователь: zalyapini  
Дата подписания: 05.02.2022

В. И. Заляпин

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления  
д.физ.-мат.н., проф.

Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе  
электронного документооборота  
ЮУрГУ Южно-Уральского государственного университета  
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП  
Кому выдан: Загребина С. А.  
Пользователь: загребинаса  
Дата подписания: 05.02.2022

С. А. Загребина

Челябинск

## **1. Цели и задачи дисциплины**

Пополнить образование слушателей в области теории интегрирования и связанными с этой теорией элементами векторного анализа. Дать понятие бесконечных сумм и сформулировать основные положения теории рядов, уделив особое внимание степенным рядам и рядам Фурье. Использовать базовые математические задачи и математические методы в научных исследованиях для участия в работе научно-исследовательских семинаров, конференций, симпозиумов, представления собственных научных достижений, подготовки научных статей, научно-технических отчетов; применения математических методов в различных областях профессиональной деятельности

## **Краткое содержание дисциплины**

Кратные и криволинейные интегралы первого и второго рода и связанные с ними приложения - длины дуг, площади, объемы, работа силы и т.п. Формула Грина. Формула Стокса. Формула Гаусса-Остроградского. Элементы теории поля. Числовые ряды. Функциональные ряды - общая теория. Степенные ряды. Ряды Тейлора. Ряды Фурье.

## **2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач

## **3. Место дисциплины в структуре ОП ВО**

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
1.О.08 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, 1.О.06 Математический анализ, 1.О.10 Дискретная математика и математическая логика	1.О.12 Комплексный анализ, 1.О.14 Математические основы аналитической механики и теоретической физики, 1.О.19 Многомерный статистический анализ, 1.О.17 Уравнения математической физики, 1.О.13 Теория вероятностей и случайные процессы, 1.О.18 Математическая статистика, 1.О.15 Математика в современном естествознании, 1.О.16 Дифференциальные уравнения, 1.О.22 Компьютерная алгебра

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
1.O.06 Математический анализ	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач
1.O.08 Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач
1.O.10 Дискретная математика и математическая логика	Знает: основные понятия и методы дискретной математики и математической логики Умеет: применять и обосновывать выбранные методы дискретной математики и математической логики Имеет практический опыт: использования методов дискретной математики и математической логики

#### 4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 ч., 126,5 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам
		в часах
		Номер семестра
		3
Общая трудоёмкость дисциплины	216	216
<i>Аудиторные занятия:</i>		
Лекции (Л)	48	48
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	64	64
Лабораторные работы (ЛР)	0	0
<i>Самостоятельная работа (CPC)</i>	89,5	89,5
с применением дистанционных образовательных технологий	0	
Выполнение текущих заданий по курсу	40	40
Работа с учебником	24,5	24,5
Подготовка к экзамену	25	25
Консультации и промежуточная аттестация	14,5	14,5

## 5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Криволинейные интегралы I-го рода	14	6	8	0
2	Поверхностные интегралы I-го рода	12	6	6	0
3	Криволинейные интегралы II - го рода	12	4	8	0
4	Поверхностные интегралы II - го рода	12	4	8	0
5	Векторный анализ. Элементы теории поля	10	6	4	0
6	Числовые ряды	18	6	12	0
7	Функциональные ряды	34	16	18	0

### 5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1-3	1	Интеграл Римана по дуге спрямляемой линии: определение, суммы Дарбу, критерий Дарбу существования интеграла. Интегрируемость непрерывных вдоль дуги функций. Критерий спрямляемости дуги. Вычисление	6
4-6	2	Поверхность размерности «k» в как образ k-мерного кубируемого множества. Гладкие поверхности. Матрица Грама и определитель Грама системы векторов. Критерий интегрируемости функции на гладкой k-мерной поверхности. Вычисление	6
7-8	3	Криволинейные интегралы II-го рода . Определение и элементарные свойства. Формула Грина	4
9-10	4	Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы II-го рода в . Определение и элементарные свойства. Вычисление. Формула Гаусса-Остроградского – Формула Стокса.	4
11-12	5	Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы II-го рода в . Определение и элементарные свойства. Вычисление. Формула Гаусса-Остроградского – Формула Стокса.	4
13	5	Цилиндрические координаты. Оператор Гамильтона. Оператор Лапласа.	2
14-16	6	Числовые ряды. Сходимость. Критерий Коши. Знакопеременные ряды. Абсолютная сходимость. Признаки Лейбница, Абеля, Дирихле	6
17-18	7	Функциональные последовательности. Сходимость функциональных последовательностей. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости функционального ряда.	4
19-20	7	Степенные ряды в комплексной области. Первая теорема Абеля. Теорема о структуре области сходимости функционального ряда. Радиус сходимости. Формула Коши-Адамара. Формула Даламбера. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда на действительном промежутке.	4
21	7	Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточное условие разложимости функции в степенной ряд. Разложения основных элементарных функций	2
22-24	7	Тригонометрические ряды. Ряды Фурье. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Принцип Локализации Римана. Теорема Жордана-Дирихле. Среднеквадратичная сходимость ряда Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.	6

## 5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1-2	1	Вычисление длин дуг кривых , заданных явными уравнениями, параметрическими уравнениями. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.	4
3-4	1	Нахождение масс, центров тяжести, моментов и т.п. характеристик плоских и пространственных дуг.	4
5-7	2	Вычисление площадей поверхностей, заданных явными и параметрическими уравнениями. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.	6
8-9	3	Вычисление криволинейных интегралов 2-го рода на плоскости и в пространстве	4
10-11	3	Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов 2-го рода. Интегрирование полных дифференциалов. Независимость интеграла от пути интегрирования	4
12-13	4	Поверхностные интегралы 2-го рода. Формула Гаусса -Остроградского. Вычисление объемов.	4
14-15	4	Формула Стокса. Независимость интеграла от пути. Интегрирование полных дифференциалов.	4
16-17	5	Элементы теории поля. Соленоидальные и потенциальные поля. Градиент, дивергенция и ротор. Силовые линии поля. Линии уровня.	4
18-19	6	Числовые ряды. Сходимость. Признаки сравнения.	4
20-21	6	Признаки Даламбера, Коши. Интегральный признак. Другие признаки сходимости числовых рядов с положительными членами.	4
22-23	6	Знакопеременные ряды. Сходимость абсолютно-сходящегося ряда. Признак Лейбница, признак Дирихле, признак Абеля.	4
24-25	7	Функциональные последовательности и ряды. Общая теория. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость. Интегрирование и дифференцирование рядов.	4
26-27	7	Степенные ряды. Радиус сходимости. Формулы Даламбера и Коши. Сходимость степенного ряда в граничных точках промежутка сходимости. Интегрирование и дифференцирование степенного ряда.	4
28-30	7	Ряды Тейлора (Маклорена). Разложение основных элементарных функций. Получение разложений с помощью почлененного дифференцирования и интегрирования. Приближенные вычисления с помощью рядов	6
31-32	7	Ряды Фурье. Коэффициенты ряда Фурье. Разложение функций в ряды Фурье. Синус- и косинус разложения функций.	4

## 5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

## 5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Выполнение текущих заданий по курсу	доп.лит., [2], гл. 15, §§1-3, стр.11-72, гл. 17, §§1-4, стр. 241-305, ЭУМД, доп.. лит	3	40

	[.2], гл.4, \$\$1-4, гл.5, \$\$1-4, гл.6		
Работа с учебником	доп. лит.[1], гл.19, \$\$ 1-2, стр.411-462, ПУМД, доп. лит [2], гл.11, \$\$ 1-3, стр.259-309, \$76 стр.366-375, гл. 12, \$\$1-26 стр. 422-452, ЭУМД, осн.лит.,[4,], гл. 15, \$\$1-3, стр.11-72, гл. 17,\$\$1-4, стр. 241-305,	3	24,5
Подготовка к экзамену	ПУМД, осн. лит. [1], гл.XXVII, XXVIII, стр. 44-124, ПУМД, осн. лит. [2], , гл. XVII-XX, ст. 3-85, ЭУМД, доп.. лит. [2], гл.4,\$\$1-4, гл.5, \$\$1-4, гл.6	3	25

## 6. Текущий контроль успеваемости, промежуточная аттестация

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

### 6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-мestr	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учи-тыва-ется в ПА
1	3	Текущий контроль	Аудиторная контрольная работа "Криволинейные интегралы I-го рода"	1	10	Всего предлагается пять задач. Оценка каждой задачи от 0 до 2 баллов: 0 - задача не решена, 1 - есть правильное направление решения, не доведенное до ответа, 2 задача решена..	экзамен
2	3	Текущий контроль	Самостоятельная работа "Криволинейные интегралы II-го рода."	1	10	Всего предлагается пять задач. Оценка каждой задачи от 0 до 2 баллов: 0 - задача не решена, 1 - есть правильное направление решения, не доведенное до ответа, 2 задача решена..	экзамен
3	3	Текущий контроль	Аудиторная контрольная работа "Числовые ряды"	1	10	Всего предлагается пять задач. Оценка каждой задачи от 0 до 2 баллов: 0 - задача не решена, 1 - есть правильное направление решения, не доведенное до ответа, 2 задача решена..	экзамен
4	3	Текущий контроль	Самостоятельная работа "Функциональные ряды"	1	12	Всего предлагается четыре задачи. Оценка первой задачи от 0 до 3 баллов: 0-задача не решена, 1 - есть правильный подход, но он не доведен до вывода, 2 - правильная идея решения задачи не привела к ответу в силу вычислительных ошибок, 3 - задача решена; оценка второй - от 0 до 6: 0-задача не решена, 2 - есть правильный подход, но он не доведен до вывода, 4 - правильная идея решения задачи не	экзамен

						привела к ответу в силу вычислительных ошибок, 6 - задача решена; оценка третьей - от 0 до 1: 0 - задача не решена, 1 - решение правильно доведено до ответа; оценка четвертой - от 0 до 2: 0-задача не решена, 1 - есть правильный подход, но он не доведен до вывода, 2 - задача решена верно.	
5	3	Текущий контроль	Типовой расчет "Криволинейные и поверхностные интегралы"	2	20	Задание состоит из общей части (теоретические упражнения) и индивидуализированной (персональные задания). Студент должен представить решение любого теоретического упражнения (от 0 до 2 баллов) и решения всех заданий из индивидуальной части. Всего в индивидуальном списке 9 задач, за каждую из которых - от 0 до 2 баллов: 0 - задача не решена, 1 - есть правильное направление решения, не доведенное до ответа, 2 задача решена..	экзамен
6	3	Текущий контроль	Типовой расчет "Ряды"	1	15	В каждом индивидуализированном варианте студенту предлагается решить 15 задач. За каждую задачу - от 0 до 1 балла: 0 - задача не решена, 1 - задача решена.	экзамен
7	3	Бонус	Участие в конкурсах, соревнованиях и олимпиадах	-	15	За участие в мероприятии - 2 балла, призовое место (1-3) - от 5 до 15 баллов, в зависимости от ранга соревнования.	экзамен
8	3	Промежуточная аттестация	Экзамен по курсу "Дополнительные главы математического анализа"	-	100	Экзаменационный билет состоит из пяти заданий, каждое из которых содержит теоретическую и практическую части. За ответ на теоретическую часть задания - 0-5 баллов: 0-ответ отсутствует или неверен, 3 - ответ сформулирован, но с ошибками, 5 - дан верный ответ на поставленный вопрос, , за практическую - 0-15 баллов: 0 - задача не решена, 5 - есть идея решения, но нет ответа-вывода, 10 - есть решение, но с ошибками, 15 - задача решена верно.	экзамен

## 6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
экзамен	Письменная экзаменационная работа "Криволинейные, поверхностные интегралы и ряды". Время на выполнение	В соответствии с пп. 2.5, 2.6

	работы - 120 мин. Возможно выставление оценки за экзамен без выполнения экзаменационной работы	Положения
--	--	-----------

### 6.3. Оценочные материалы

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ							
		1	2	3	4	5	6	7	8
ОПК-1	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа	+				+	+		
ОПК-1	Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач			++++					+
ОПК-1	Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач	+							++

Фонды оценочных средств по каждому контрольному мероприятию находятся в приложениях.

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Печатная учебно-методическая документация

#### a) основная литература:

1. Вся высшая математика Т. 4 Учеб. для вузов М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко и др. - М.: Эдиториал УРСС, 2001. - 348,[1] с. ил.
2. Вся высшая математика Т. 3 Учеб. для вузов М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко и др. - М.: Эдиториал УРСС, 2001. - 237 с.
3. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа Учебник для физ.-мат. и инж.-физ. спец. вузов. - М.: Наука, 1989. - 734 с. ил.
4. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.; Под ред. Б. П. Демидовича. - М.: Астрель: АСТ, 2002. - 495 с. ил.

#### б) дополнительная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа [Текст] Ч. 2 учеб. для высш. техн. учеб. заведений : в 2 ч. Г. М. Фихтенгольц. - 8-е изд., стер. - СПб. и др.: Лань, 2006. - 463 с. ил.

#### в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

#### г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Дильман В.Л., Ерошкина Т.В., Эбель А.А.. Типовые расчеты по курсу высшей математики. Сборник задач. Часть 3.
2. Заляпин В.И., Кунгурцева А.В., Харитонова Е.В. Математический анализ. Часть 5. Сборник контрольных заданий

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Дильман В.Л., Ерошкина Т.В., Эбель А.А.. Типовые расчеты по курсу высшей математики. Сборник задач. Часть 3.
2. Заляпин В.И., Кунгурцева А.В., Харитонова Е.В. Математический анализ. Часть 5. Сборник контрольных заданий

## Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Методические пособия для самостоятельной работы студента	Электронный каталог ЮУрГУ	СБОРНИК КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ. Часть 5. Криволинейные и поверхностные интегралы <a href="http://virtua.lib.susu.ru">http://virtua.lib.susu.ru</a>
2	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Будак, Б.М. Кратные интегралы и ряды. [Электронный ресурс] / Б.М. Будак, С.В. Фомин. – Электрон. дан. – М. : Физматлит, 2002. – 549 с. – Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/2123">http://e.lanbook.com/book/2123</a>
3	Методические пособия для самостоятельной работы студента	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Карасева, Р.Б. Ряды. [Электронный ресурс] – Электрон. дан. – СПб. : Лань, 2016. – 144 с. – Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/book/72981">http://e.lanbook.com/book/72981</a>
4	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа : учебник : в 2 томах / . — Санкт-Петербург : Лань, — Текст : электронный <a href="https://e.lanbook.com/book/65055">https://e.lanbook.com/book/65055</a>

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Лекции	336 (3б)	Проектор
Практические занятия и семинары	712 (1)	Компьютер с предустановленным программным обеспечением, проектор