

ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
Институт естественных и точных
наук



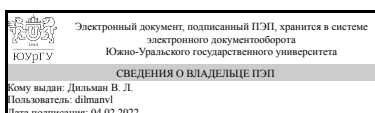
А. А. Замышляева

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины В.1.15 Функциональный анализ
для направления 03.03.01 Прикладные математика и физика
уровень бакалавр тип программы Академический бакалавриат
профиль подготовки Прикладные математика и физика
форма обучения очная
кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания
математики**

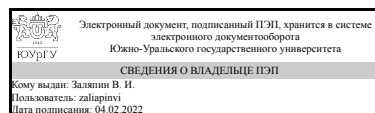
Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.01 Прикладные математика и физика, утверждённым приказом Минобрнауки от 06.03.2015 № 158

Зав.кафедрой разработчика,
д.физ.-мат.н., доц.



В. Л. Дильман

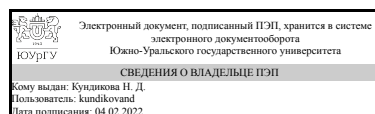
Разработчик программы,
к.физ.-мат.н., доц., профессор



В. И. Заляпин

СОГЛАСОВАНО

Зав.выпускающей кафедрой
Оптоинформатика
д.физ.-мат.н., проф.



Н. Д. Кундикова

1. Цели и задачи дисциплины

Сформировать у слушателя понимание обобщенного подхода к основным понятиям и методам элементарных глав математического анализа и смежных областей алгебры и геометрии. С единой точки зрения изучить различные проблемы из специальных аналитических дисциплин (анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, вариационного исчисления и т.п.) и установить связи между далекими на первый взгляд математическими теориями и тем самым способствовать более глубокому пониманию основных математических конструкций.

Краткое содержание дисциплины

Метрические пространства; открытые и замкнутые множества; компактные множества в метрических пространствах; полнота и пополнение; теорема о стягивающих шарах; принцип сжимающих отображений; топологические пространства; примеры. Множества, алгебра множеств; построение меры Лебега на прямой; общее понятие аддитивной меры; лебеговское продолжение меры; измеримые функции их свойства; определение интеграла Лебега; класс суммируемых функций; предельный переход под знаком интеграла; связь интеграла Лебега с интегралом Римана; интеграл Стильтьеса; теорема Радона – Никодима; прямое произведение мер и теорема Фубини; пространства L_1 , L_p ($p > 1$); неравенства Гельдера и Минковского. Определение линейного нормированного пространства; примеры норм; банаховы пространства; сопряженное пространство, его полнота; теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала; общий вид линейных функционалов в некоторых банаховых пространствах; линейные операторы; норма оператора; сопряженный оператор; принцип равномерной ограниченности; обратный оператор; спектр и резольвента; теорема Банаха об обратном операторе; компактные операторы; компактность интегральных операторов; понятие об индексе; теорема Фредгольма; примеры использования теоремы Фредгольма (задача Штурма – Лиувилля, теория потенциала, индекс дифференциального оператора). Скалярное произведение; неравенство Коши – Буняковского – Шварца; ортогональные системы; неравенство Бесселя; базисы и гильбертова размерность; теорема об изоморфизме, ортогональное дополнение; общий вид линейного функционала; самосопряженные (эрмитовы) и унитарные операторы; ортопроекторы; спектр эрмитова и унитарного оператора; теорема Гильберта о компактных эрмитовых операторах; функциональное исчисление; приведение оператора к виду умножения на функцию; спектральная теорема; неограниченные самосопряженные операторы; примеры

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУНы)
ОПК-2 способностью применять теорию и методы математики для построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности	Знать: Основные конструкции функционального анализа и их физическую интерпретацию в задачах классической механики, электродинамики и квантовой механики
	Уметь: Использовать основные приемы и методы функционального анализа для исследования

	конкретных проблем физики
	Владеть: Техникой описания прикладных физических ситуаций методами функционального анализа

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
Б.1.16 Дифференциальные уравнения, Б.1.17 Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Б.1.15 Математический анализ	Не предусмотрены

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Дисциплина	Требования
Б.1.16 Дифференциальные уравнения	Знает: методы представления научных результатов, основные понятия и методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики Умеет: использовать методы самостоятельного составления документов и отчетов, применять и обосновывать выбранные методы дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач Имеет практический опыт: самостоятельного составления документов и отчетов, использование методов дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии и уравнений математической физики при решении конкретных задач
Б.1.15 Математический анализ	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач
Б.1.17 Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Знает: основные понятия и методы алгебры, геометрии и математического анализа Умеет: применять и обосновывать выбранные методы алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач Имеет практический опыт: использование методов алгебры, геометрии и математического анализа при решении конкретных задач

4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 ч.

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		6	
Общая трудоёмкость дисциплины	72	72	
<i>Аудиторные занятия:</i>	48	48	
Лекции (Л)	32	32	
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	16	16	
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	
<i>Самостоятельная работа (СРС)</i>	24	24	
Работа с учебником	14	14	
Выполнение текущих заданий. Подготовка к зачету	10	10	
Вид итогового контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет	

5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Множества	4	2	2	0
2	Пространства и структуры	22	14	8	0
3	Операторы и функционалы	12	8	4	0
4	Операторы в гильбертовых пространствах	4	2	2	0
5	введение в спектральную теорию	6	6	0	0

5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Элементы теории множеств. Взаимно однозначное соответствие. Мощность. Счетные и континуальные множества. Символика. Кванторы. Пространства. Функциональные пространства.	2
2-3	2	Структуры. Метрические пространства. Расстояния. Окрестности. Открытые и замкнутые множества. Сходимость. Компактность. Критерии компактности. Полнота. Сепарабельность. Пополнение метрических пространств. Примеры. Принцип сжимающих отображений.	4
4-5	2	Линейные векторные пространства. Линейная зависимость. Размерность. Понятие о базисе. Базис в конечномерных и бесконечномерных пространствах. Базис Гамеля. Базис Шаудера. Линейные нормированные пространства. Неравенства Гельдера и Минковского. Банаховы пространства. Примеры.	4
6-7	2	Скалярное произведение в линейных пространствах. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Евклидовы, унитарные и гильбертовы пространства. Примеры. Ортонормированные базисы в гильбертовых пространствах. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном гильбертовом	4

		пространстве. Процедура ортогонализации. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя. Полнота и замкнутость ортогональных систем. Равенство Парсеваля.	
8	2	Базис Шаудера в сепарабельных гильбертовых пространствах. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах.	2
9-10	3	Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма линейного оператора. Пространство линейных операторов. Точечная и равномерная сходимости последовательности линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза.	4
11-12	3	Обратные операторы. Условия обратимости и непрерывной обратимости линейного оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха.	4
13	4	Общий вид линейных непрерывных функционалов в некоторых конкретных нормированных пространствах. Сопряженные пространства и сопряженные операторы. Ограниченность сопряженного оператора.	2
14-16	5	Введение в спектральную теорию. Конечномерные операторы. Вполне непрерывные операторы. Спектр и резольвента. Введение в спектральную теорию. Самосопряженные операторы. Спектральные свойства самосопряженных операторов. Спектральная теорема и её следствия.	6

5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Элементы теории множеств. Мощность числовых множеств.	2
2-3	2	Метрика. Свойства метрики. Примеры метрик. Полнота метрического пространства. Теорема о пополнении. Сепарабельность. Теорема Вейерштрасса	4
4-5	2	Линейные пространства. Базисы. Банаховы пространства. Пространство непрерывных функций на отрезке. Теорема Вейерштрасса.	4
6-7	3	Ортогонализация. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Скалярное произведение. Свойства. Примеры.	4
8	4	Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. Наилучшие приближения в гильбертовых пространствах.	2

5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС		
Вид работы и содержание задания	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц)	Кол-во часов
Работа с учебником.	ПУМД, осн. лит 4, гл.2 (с. 44-68), гл. 3 (с.114-120, 131-134), ПУМД, осн. лит 2, гл.1,2 (с.11-76), ЭУМД, осн. лит. 1, с.16-48, ЭУМД, осн. лит 2, гл.2 (с. 44-68), гл. 3 (с.114-120, 131-134), ЭУМД, доп. лит.,3,гл.1,с. 9-68, ПУМД, осн. лит 4, гл.2, (с.78-91), гл.4 (с. 191-205), ПУМД, осн. лит 2, гл.2, (с.77-82), гл.8 (с.406-489), ЭУМД, осн.лит.1, с.63-95, ЭУМД,	14

	осн. лит 2, гл.2, (с.78-91), гл.4 (с. 191-205), ЭУМД, доп. лит.,3,гл.1,с. 9-68,ПУМД, осн. лит 4, гл. 4, (с.206-234), ПУМД, осн. лит 5, гл.3 (с.114-169),гл.6 (с.245-288), ПУМД, осн. лит 2, гл. 7 (с.305-390), ЭУМД, осн.лит.1, с.98-127, ЭУМД, осн. лит 2, гл.2, (с.78-91), гл. 4, (с.206-234),	
Подготовка к зачету	ПУМД, осн. лит 2, гл.2, (с.77-82), гл.8 (с.406-489),ЭУМД, осн.лит.1, с.63-95, ЭУМД, осн. лит 2, гл.2, (с.78-91), гл.4 (с. 191-205), ЭУМД, доп. лит.,3,гл.1,с. 9-68,ПУМД, осн. лит 4, гл. 4, (с.206-234), ПУМД, осн. лит 5, гл.3 (с.114-169),гл.6 (с.245-288)	4
Выполнение заданий	ПУМД, доп.. лит 3.,гл.1, с. 9-45, гл.2, с.46-64, гл.5 с.102-113, ЭУМД,, доп.. лит 4.,гл.1, с. 9-45, гл.2, с.46-64, гл.5 с.102-113	6

6. Инновационные образовательные технологии, используемые в учебном процессе

Инновационные формы учебных занятий	Вид работы (Л, ПЗ, ЛР)	Краткое описание	Кол-во ауд. часов
Обсуждения	Практические занятия и семинары	Обсуждения результатов выполнения заданий	16

Собственные инновационные способы и методы, используемые в образовательном процессе

Не предусмотрены

Использование результатов научных исследований, проводимых университетом, в рамках данной дисциплины: не предусмотрено

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Паспорт фонда оценочных средств

Наименование разделов дисциплины	Контролируемая компетенция ЗУНы	Вид контроля (включая текущий)	№№ заданий
Множества	ОПК-2 способностью применять теорию и методы математики для построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности	Текущий	1, вес задания 2
Пространства и структуры	ОПК-2 способностью применять теорию и методы математики для построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности	Текущий	2,3,4, веса заданий: второго - 2, третьего - 2, четвертого - 3
Операторы и	ОПК-2 способностью применять теорию и	Текущий	5, часть 1, вес

функционалы	методы математики для построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности		задания -3
Операторы в гильбертовых пространствах	ОПК-2 способностью применять теорию и методы математики для построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности	Текущий	6, часть 2, вес задания - 4
Все разделы	ОПК-2 способностью применять теорию и методы математики для построения качественных и количественных моделей объектов и процессов в естественнонаучной сфере деятельности	Промежуточная аттестация (зачет)	Зачетное задание

7.2. Виды контроля, процедуры проведения, критерии оценивания

Вид контроля	Процедуры проведения и оценивания	Критерии оценивания
Текущий	Всего в течение семестра студент должен выполнить шесть текущих заданий : 1 - 6. Каждое задание содержит 10 задач. Оценивание каждой из задач: 0 баллов - задача не решена, 1 балл - задача решена. Всего 10 баллов за каждое из заданий. При оценивании результатов мероприятия используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.	Зачтено: Рейтинг студента за мероприятие не менее 60% Не зачтено: Рейтинг студента за мероприятие менее 60%
Промежуточная аттестация (зачет)	Зачетная процедура представляет собой письменную контрольную работу, на выполнение которой студенту отводится 2 ак. часа. Работа содержит 7 задач, каждая из которых приносит студенту от 0 до 10 баллов. Задача не решена - 0 баллов; наличествует идея решения задачи, но она технически не реализована - 3 балла; идея решения задачи верна, но реализована с ошибками - 6 баллов; задача решена (м.б. и с незначительными погрешностями технического характера) - 10 баллов. При оценивании результатов мероприятия используется балльно-рейтинговая система оценивания результатов учебной деятельности обучающихся (утверждена приказом ректора от 24.05.2019 г. № 179) Возможно выставление зачета без прохождения зачетной процедуры (Процедура выставления зачета без прохождения зачетной процедуры регламентируется положением о БРС ЮУрГУ)	Зачтено: Рейтинг студента по курсу не менее 60% Не зачтено: Рейтинг студента по курсу менее 60%

7.3. Типовые контрольные задания

Вид контроля	Типовые контрольные задания
Текущий	mm_5_fa_20.pdf; mm_4_fa_20.pdf; mm_1_fa_20.pdf; mm_2_fa_20.pdf; mm_7_8_fa_20.pdf; mm_3_fa_20.pdf
Промежуточная аттестация (зачет)	zachet_fa.pdf

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Печатная учебно-методическая документация

а) основная литература:

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа Учеб. для мат. спец. ун-тов. - 6-е изд., испр. - М.: Наука, 1989. - 623 с. ил.
2. Рудин, У. Функциональный анализ У. Рудин; Пер. с англ. В. Я. Лина; Под ред. Е. А. Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. и др.: Лань, 2005. - 443 с.

б) дополнительная литература:

1. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу Текст В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - М.: Наука, 1984. - 256 с.
2. Треногин, В. А. Функциональный анализ Текст Учеб. пособие для вузов по спец. "Прикл. математика" В. А. Треногин. - М.: Наука, 1980. - 495 с. ил.

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

1. Функциональный анализ и его приложения,
<http://www.mathnet.ru/faa>

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

1. Бескачко В.П., Заляпин В.И. Математические основы квантовой механики
2. В.А. Штраус, А.Ю. Эвнин, И.Я. Гольдшейд. Решение задач по функциональному анализу. Челябинск, ЧПИ, 1989
3. М.Л. Катков, Л.В. Матвеева, Л.Д. Менихес. Сборник задач по функциональному анализу. Изд. ЮУрГУ, Челябинск, 1999

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

1. Бескачко В.П., Заляпин В.И. Математические основы квантовой механики
2. В.А. Штраус, А.Ю. Эвнин, И.Я. Гольдшейд. Решение задач по функциональному анализу. Челябинск, ЧПИ, 1989
3. М.Л. Катков, Л.В. Матвеева, Л.Д. Менихес. Сборник задач по функциональному анализу. Изд. ЮУрГУ, Челябинск, 1999

Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа. [Электронный ресурс] / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 272 с. http://e.lanbook.com/book/2110
2	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа. [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 572 с. — Режим доступа:

			http://e.lanbook.com/book/2206
3	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Треногин, В.А. Функциональный анализ. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2007. — 488 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/59471
4	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу. [Электронный ресурс] / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2005. — 240 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/2342

9. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых информационных справочных систем:

Нет

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Лекции	506 (16)	Компьютер с медиапроектором