

УТВЕРЖДАЮ:
Руководитель направления

ЮУрГУ	Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе электронного документооборота Южно-Уральского государственного университета
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП	
Кому выдан: Кундикова Н. Д. Пользователь: kundikovaand Дата подписания: 21.05.2023	

Н. Д. Кундикова

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**дисциплины 1.0.15 Линейная алгебра и аналитическая геометрия
для направления 03.03.01 Прикладные математика и физика
уровень Бакалавриат
форма обучения очная
кафедра-разработчик Математический анализ и методика преподавания
математики**

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.01 Прикладные математика и физика, утверждённым приказом Минобрнауки от 07.08.2020 № 890

Зав.кафедрой разработчика,
д.физ.-мат.н., доц.

ЮУрГУ	Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе электронного документооборота Южно-Уральского государственного университета
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП	
Кому выдан: Дильман В. Л. Пользователь: dilmamvl Дата подписания: 18.05.2023	

В. Л. Дильман

Разработчик программы,
д.физ.-мат.н., доц., заведующий
кафедрой

ЮУрГУ	Электронный документ, подписанный ПЭП, хранится в системе электронного документооборота Южно-Уральского государственного университета
СВЕДЕНИЯ О ВЛАДЕЛЬЦЕ ПЭП	
Кому выдан: Дильман В. Л. Пользователь: dilmamvl Дата подписания: 16.05.2023	

В. Л. Дильман

1. Цели и задачи дисциплины

Цели: формирование у студентов способности понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат; развитие и укрепление в студентах способности к логическому мышлению, к напряженной умственной деятельности; развитие способности самостоятельно пополнять свои знания. Задачи: обучение студентов основным понятиям и методам теории систем линейных уравнений, матричной и векторной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных функционалов и операторов в линейных и евклидовых пространствах, квадратичных и билинейных форм, необходимых им для овладения другими предметами и в будущей профессиональной деятельности.

Краткое содержание дисциплины

Теория систем линейных уравнений, матричная и векторная алгебра, аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве, в том числе кривые и поверхности второго порядка, теория линейных функционалов и операторов в линейных и евклидовых пространствах, билинейные и квадратичные функционалы и формы.

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Планируемые результаты освоения ОП ВО (компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности	Знает: основные понятия линейной алгебры: матрицы, системы линейных уравнений, линейные пространства, линейные операторы, и основные свойства этих понятий. Умеет: решать системы линейных уравнений, выполнять действия над матрицами и квадратичными формами. Имеет практический опыт: построения линейных моделей объектов и процессов в виде матричных соотношений, систем линейных уравнений, линейных пространств и линейных операторов

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Перечень предшествующих дисциплин, видов работ учебного плана	Перечень последующих дисциплин, видов работ
Нет	1.О.11 Общая физика. Микрофизика, 1.О.09 Общая физика. Электричество и магнетизм, 1.О.12 Общая физика. Макрофизика, 1.О.14 Дифференциальные уравнения, 1.О.16 Теория функций комплексного переменного, 1.О.18 Основы теории вероятности и стохастических процессов, 1.О.17 Вычислительная математика, 1.О.25 Статистическая физика, 1.О.19 Уравнения математической физики, 1.О.10 Общая физика. Оптика,

	1.O.22 Теоретическая механика, 1.O.23 Теория поля, 1.O.24 Квантовая механика
--	------------------------------------------------------------------------------------

Требования к «входным» знаниям, умениям, навыкам студента, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин:

Нет

4. Объём и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 з.е., 180 ч., 108,75 ч. контактной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		1	2
Общая трудоёмкость дисциплины	180	72	108
<i>Аудиторные занятия:</i>			
Лекции (Л)	32	16	16
Практические занятия, семинары и (или) другие виды аудиторных занятий (ПЗ)	64	32	32
Лабораторные работы (ЛР)	0	0	0
<i>Самостоятельная работа (CPC)</i>	71,25	19,75	51,5
Подготовка к зачету	3,75	3.75	0
Самостоятельное изучение теоретического материала. Подготовка к экзамену.	16,5	0	16.5
тр 1	4	4	0
Подготовка к кр 4 - 6.	20	0	20
тр 2	15	0	15
Подготовка к кр 1 - 3.	12	12	0
Консультации и промежуточная аттестация	12,75	4,25	8,5
Вид контроля (зачет, диф.зачет, экзамен)	-	зачет	экзамен

5. Содержание дисциплины

№ раздела	Наименование разделов дисциплины	Объем аудиторных занятий по видам в часах			
		Всего	Л	ПЗ	ЛР
1	Векторная алгебра	14	4	10	0
2	Аналитическая геометрия	18	6	12	0
3	Матрицы и линейные уравнения	16	6	10	0
4	Линейные и евклидовы пространства	12	4	8	0
5	Линейные операторы	18	6	12	0
6	Билинейные и квадратичные функционалы и формы	12	4	8	0
7	Элементы тензорной алгебры	6	2	4	0

5.1. Лекции

№ лекции	№ раздела	Наименование или краткое содержание лекционного занятия	Кол-во часов
1	1	Векторы. Линейные операции на них. Свойства этих операций. Базис в двумерном и трехмерном пространстве векторов. Разложение по базису. Линейные операции в координатах. Орт и направляющие косинусы. Проекция вектора на вектор (ось).	2
2	1	Определение и свойства скалярного произведения. Скалярное произведение в координатах. Определение и свойства векторного произведения. Векторное произведение в координатах. Геометрический смысл модуля векторного произведения. Определение и свойства смешанного произведения. Смешанное произведение в координатах. Геометрический смысл смешанного произведения.	2
3	2	Уравнение кривой и поверхности. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние между коллинеарными прямыми.	2
4	2	Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние между коллинеарными плоскостями. Различные виды систем уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние между прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Алгоритм нахождения точки их пересечения.	2
5	2	Эллипс: геометрическое определение и каноническое уравнение. Гипербола: геометрическое определение и каноническое уравнение. Асимптоты гиперболы. Директориальное свойство эллипса и гиперболы. Парабола: геометрическое определение и каноническое уравнение. Поверхности второго порядка. Поверхности вращения. Сфера, эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, их канонические уравнения. Цилиндрические и конические поверхности. Гиперболический параболоид.	2
6	3	Матрицы. Операции на матрицах и их свойства. Свойства определителей.	2
7	3	Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Матричный и Крамера их методы решения. Матричные уравнения. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к эквивалентной ступенчатой матрице.	2
8	3	Базисные миноры. Теорема о базисном миноре. Три определения ранга матрицы и их эквивалентность. Инвариантность ранга при элементарных преобразованиях. Вычисление обратной матрицы методом Жордана. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	2
9	4	Линейные пространства: линейная зависимость, базис, подпространства. Преобразование координат при смене базиса. Примеры.	2
10	4	Евклидовы пространства. Скалярное произведение, норма, метрика. Неравенство Шварца. Ортогональный базис, ортогонализация.	2
11	5	Линейные операторы. Примеры. Матрица линейного оператора, ее преобразование при смене базиса. Ортогональные матрицы и ортогональные операторы.	2
12	5	Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристический полином матрицы, его свойства. Диагонализация матрицы, имеющей базис из собственных векторов.	2
13	5	Сопряженные операторы, свойства их матриц. Самосопряженные операторы. Спектральные свойства самосопряженных операторов.	2
14	6	Линейные функционалы и линейные формы. Примеры. Матрица-строка линейного функционала, ее преобразование при смене базиса. Билинейные функционалы и билинейные формы. Матрица билинейной формы, ее	2

		преобразование при смене базиса.	
15	6	Квадратичные формы, их матрицы. Приведение их к каноническому виду. Закон инерции квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра знакопределенности квадратичной формы.	2
16	7	Понятие тензора. Примеры. Алгебраические операции на тензорах.	2

5.2. Практические занятия, семинары

№ занятия	№ раздела	Наименование или краткое содержание практического занятия, семинара	Кол-во часов
1	1	Свойства определителей. Метод Крамера.	2
2	1	Линейные операции на векторах.	2
3	1	Скалярное произведение векторов.	2
4	1	Векторное и смешанное произведения векторов.	2
5	1	Контрольная работа по векторной алгебре КР1. Прием домашних заданий ДЗ 1.	2
6, 7	2	Уравнение прямой на плоскости.	4
8	2	Уравнение плоскости в пространстве. Прием типового расчета ТР1 (часть 1).	2
9	2	Система уравнений прямой в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве.	2
10	2	Кривые второго порядка	2
11	2	Контрольная работа по аналитической геометрии КР2. Прием домашних заданий ДЗ 2.	2
12	3	Операции на матрицах.	2
13	3	Обратная матрица. Решение матричных уравнений и систем методом Крамера.	2
14	3	Элементарные преобразования матриц. Метод Жордана вычисления обратной матрицы.	2
15	3	Метод Гаусса.	2
16	3	Контрольная работа по матрицам и системам линейных уравнений КР3. Прием типового расчета ТР1 (часть 2), домашних заданий ДЗ 3, проверка конспектов К.	2
17	4	Линейные пространства. Подпространства.	2
18	4	Преобразование координат при смене базиса	2
19	4	Норма в евклидовом пространстве. Ортогонализация семейства линейно независимых векторов.	2
20	4	Контрольная работа Линейные и евклидовы пространства КР 4.	2
21	5	Линейные операторы, их матрицы. Преобразование матрицы при смене базиса.	2
22	5	Ортогональные матрицы.	2
23	5	Вычисление собственных чисел и собственных векторов линейного оператора.	2
24	5	Приведение матриц к диагональному виду	2
25	5	Сопряженные операторы. Самосопряженные операторы.	2
26	5	Контрольная работа линейные операторы КР 5.	2
27	6	Линейные формы. Билинейные формы.	2
28.	6	Квадратичные формы, их матрицы. Преобразование матрицы при смене базиса. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	2
29	6	Положительно определенные квадратичные формы. критерий Сильвестра. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду	2

30	6	Контрольная работа Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду КР 6.	2
31	7	Нахождение взаимных базисов.	2
32	7	Примеры тензоров.	2

5.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

5.4. Самостоятельная работа студента

Выполнение СРС			
Подвид СРС	Список литературы (с указанием разделов, глав, страниц) / ссылка на ресурс	Семестр	Кол-во часов
Подготовка к зачету	МП для СРС. 1. ОПЛ. 2. гл. 1-3. 3. гл. 1, 3, 6-9. УММ в ЭВ. 1. гл.1, 2, 5.	1	3,75
Самостоятельное изучение теоретического материала. Подготовка к экзамену.	МП для СРС. 2. ОПЛ. 2. гл. 4-6. УММ в ЭВ. 1. гл. 6, с. 158-215, гл.7, с. 217-242.	2	16,5
тр 1	МП для СРС. 1. ОПЛ. 2. гл. 1-3. 3. гл. 1, 3, 6-9. УММ в ЭВ. 1. гл.1, 2, 5.	1	4
Подготовка к кр 4 - 6.	МП для СРС. 2. ОПЛ. 2. гл. 4-6. УММ в ЭВ. 1. гл. 6, с. 158-215, гл.7, с. 217-242.	2	20
тр 2	МП для СРС. 2. ОПЛ. 2. гл. 4-6. УММ в ЭВ. 1. гл. 6, с. 158-215, гл.7, с. 217-242.	2	15
Подготовка к кр 1 - 3.	МП для СРС. 1. ОПЛ. 2. гл. 1-3. 3. гл. 1, 3, 6-9. УММ в ЭВ. 1. гл.1, 2, 5.	1	12

6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации

Контроль качества освоения образовательной программы осуществляется в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценивания результатов учебной деятельности обучающихся.

6.1. Контрольные мероприятия (КМ)

№ КМ	Се-местр	Вид контроля	Название контрольного мероприятия	Вес	Макс. балл	Порядок начисления баллов	Учи-тыва-ется в ПА
1	1	Текущий контроль	кр 1	0,21	21	Кр 1 Векторная алгебра: 7 задач из 3-х баллов. Всего за работу максимум 21 балл. Оценка задачи: Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 1 балл. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 2 балла.	зачет
2	1	Текущий	кр 2	0,27	27	Кр 2 Аналитическая геометрия: 9	зачет

		контроль				задач из 3-х баллов. Всего за работу максимум 27 баллов. Оценка задачи: Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 1 балл. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 2 балла.	
3	1	Текущий контроль	кр 3	0,18	18	КР 3 матрицы и системы линейных уравнений. 4 задачи и теоретический вопрос. Правильное решение задачи 4 балла. При несущественных арифметических ошибках в целом правильное решение 3 балла. Поциальному алгоритму, но неполное или с ошибками решение задачи: 2 балла. Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 2 балла. 1 балл не ставится. Неполный ответ на теоретический вопрос 1 балл.	зачет
4	1	Текущий контроль	тр 1 (часть 1)	0,16	16	Тр 1 (часть 1) Векторная алгебра: всего 7 задач. Задачи 1, 3 и 8-10 по 2 балла; Задачи 6 и 7 по 3 балла. Всего за работу максимум 16 баллов. Задача не доведена до конца при правильном плане решения или арифметические ошибки - минус 1 балл.	зачет
5	1	Текущий контроль	тр 1 (часть 2)	0,18	18	Тр 1 (часть 2) Аналитическая геометрия: всего 8 задач. Задачи 2, 4, 5 и 13-15 по 2 балла; Задачи 11 и 12 по 3 балла. Всего за работу максимум 18 баллов. Задача не доведена до конца при правильном плане решения или арифметические ошибки - минус 1 балл.	зачет
6	2	Текущий контроль	кр 4	0,24	24	Кр 4 Линейные и евклидовы пространства содержит 6 задач по 4 балла за задачу. Всего 24 балла максимум. Оценка задачи: выполнены какие-то действия, нужные для решения: 1 балл. Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 2 балла. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 3 балла.	экзамен
7	2	Текущий контроль	кр 5	0,24	24	Кр 5 Линейные операторы содержит 6 задач по 4 баллов за задачу. Всего 24 балла максимум. Оценка задачи: выполнены какие-то действия, нужные для решения: 1 балл. Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или	экзамен

						задача решена частично: 2 балла. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 3 балла.	
8	2	Текущий контроль	кр 6	0,19	19	Кр 6 приведение кривой второго порядка к каноническому виду. 2 задачи по 8 баллов и теория 3 балла. Оценка задачи: Правильно найден базис, в котором кривая имеет канонический вид: 2 балла. Правильно записано уравнение в новых координатах: еще 2 балла. Записано уравнение в каноническом виде: еще 1 балл - всего за правильно полученное каноническое уравнение 5 баллов. Правильно построенные новые оси координат и оси симметрии кривой: 1 балл. Правильно построена кривая - еще 2 балла - всего за правильный рисунок 3 балла. Не отмечены параметры на рисунке или есть одна-две несущественные ошибки - минус 1 балл.	экзамен
9	2	Текущий контроль	тр 2 (часть 1)	0,165	16,5	Тр 2 по линейной алгебре (часть 1) содержит 7 задач. Задачи 2,3,4,6 оцениваются в 2 балла, 1 и 7 в 3 балла, 5 - в 2,5 балла. Всего 16,5 балла максимум. Оценка задач: арифметические ошибки, не приведшие к существенному искажению ответа при верной схеме решения: минус 0,5 балла, при существенных ошибках задача возвращается на доработку,	экзамен
10	1	Промежуточная аттестация	Зачетная работа	-	40	Зачетная работа (решение задач с теорией) выполняется в письменном виде. Каждая задача сопровождается соответствующим теоретическим вопросом. Все предлагаемые в работе задачи заимствованы из контрольных работ 1, 2 и 3 и типового расчета 1. Правильное решение задачи вместе с правильным ответом на теоретический вопрос оценивается в 6 баллов (4+2 соответственно). По правильному алгоритму, но неполное или с ошибками решение задачи: 2 балла. Неполный ответ на теоретический вопрос 1 балл.	зачет
11	2	Промежуточная аттестация	Экзаменационная работа.	-	40	Экзаменационная работа проводится в письменном виде 3 академических часа по экзаменационным билетам. Билет содержит 4 задания, максимум по 10 баллов каждое, всего 40 баллов. Первое задание теоретическое. Оценивание: даны определения и	экзамен

						<p>сформулированы теоремы и свойства - 5 баллов. Приведено доказательство теоремы - ещё 5 баллов. Остальные три задания содержат каждое задачу и связанную с ней теорию.</p> <p>Оцениваются 7+3 балла соответственно. Оценка задачи: выполнены какие-то действия, нужные для решения: 1-2 балла.</p> <p>Правильно показан ход решения, но допущены существенные ошибки или задача решена частично: 3 балла. В целом задача решена, но есть одна-две несущественные ошибки, или задача не доведена до конца: 5 баллов.</p> <p>Оценивание теории: правильно сформулированы не все определения и свойства: 1-2 балла.</p>				

6.2. Процедура проведения, критерии оценивания

Вид промежуточной аттестации	Процедура проведения	Критерии оценивания
зачет	Зачетная работа (решение задач с теорией) проводится в письменном виде. Длительность 3 академических часа. Количество задач не ограничено. Результат сообщается студенту по окончании процедуры.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения
экзамен	Экзаменационная работа проводится в письменном виде 3 академических часа по экзаменационным билетам. Затем экзаменатор проверяет работы и объявляет результаты студентам. В случае необходимости (недостаточно раскрыта теория, есть вопросы по решению задач) экзаменатор беседует со студентом по его билету. Экзаменационный билет содержит 4 задания, по 10 баллов каждое, всего 40 баллов.	В соответствии с пп. 2.5, 2.6 Положения

6.3. Паспорт фонда оценочных средств

Компетенции	Результаты обучения	№ КМ											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ОПК-1	Знает: основные понятия линейной алгебры: матрицы, системы линейных уравнений, линейные пространства,	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+	+	+	+

	линейные операторы, и основные свойства этих понятий.													
ОПК-1	Умеет: решать системы линейных уравнений, выполнять действия над матрицами и квадратичными формами.	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+	+	+	+	+	+	+
ОПК-1	Имеет практический опыт: построения линейных моделей объектов и процессов в виде матричных соотношений, систем линейных уравнений, линейных пространств и линейных операторов	+	+	+	+	+	++	+	+	+	+	+	+	+

Типовые контрольные задания по каждому мероприятию находятся в приложениях.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Печатная учебно-методическая документация

a) основная литература:

- Сборник задач по линейной алгебре Учеб. пособие для инж.-техн. спец. вузов. - Минск: Вышэйшая школа, 1980. - 192 с. ил.
- Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии Учеб. пособие для инж.-техн. специальностей вузов Под ред. В. Т. Воднева. - 2-е изд., перераб. и доп. - Минск: Вышэйшая школа, 1986. - 271,[1] с. ил.
- Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии Текст учебное пособие для втузов Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - СПб.: Профессия, 2006

б) дополнительная литература:

Не предусмотрена

в) отечественные и зарубежные журналы по дисциплине, имеющиеся в библиотеке:

Не предусмотрены

г) методические указания для студентов по освоению дисциплины:

- Дильман, В.Л. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. – 59 с.
- Дильман, В.Л. Типовые расчеты по курсу высшей математики: Сборник за-дач / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина, А.А. Эбель; под ред. В.Л. Дильмана. – Че-лябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – Ч. 1. – 104 с.

из них: учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента:

- Дильман, В.Л. Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. – 59 с.
- Дильман, В.Л. Типовые расчеты по курсу высшей математики: Сборник за-дач / В.Л. Дильман, Т.В. Ерошкина, А.А. Эбель; под ред. В.Л. Дильмана. – Че-лябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2005. – Ч. 1. – 104 с.

Электронная учебно-методическая документация

№	Вид литературы	Наименование ресурса в электронной форме	Библиографическое описание
---	----------------	------------------------------------------	----------------------------

1	Основная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2009. — 312 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/2109 — Загл. с экрана.
2	Дополнительная литература	Электронно-библиотечная система издательства Лань	Мальцев, А.И. Основы линейной алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 480 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/251 — Загл. с экрана.

Перечень используемого программного обеспечения:

Нет

Перечень используемых профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Нет

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Вид занятий	№ ауд.	Основное оборудование, стенды, макеты, компьютерная техника, предустановленное программное обеспечение, используемое для различных видов занятий
Практические занятия и семинары	505 (16)	Доска, мел
Лекции	505 (16)	Проектор, экран. Доска, мел.